



Si consideri una lastra quadrata di superficie  $S=1\text{m}^2$ , su cui è distribuita in modo uniforme una carica  $q_L$ . La lastra è appoggiata su un tavolo; sulla verticale del suo centro, a distanza  $d=6\text{cm}$  dalla lastra, si trova un elettrone, fermo in equilibrio tra la forza elettrica e quella gravitazionale.

1. Si determini  $q_L$ , svolgendo il problema nel vuoto.
2. Si discuta come cambierebbe la soluzione nell'acqua.
3. Si discuta come cambierebbe la situazione aggiungendo un secondo strato identico al primo, affacciato al primo strato a 1 cm di distanza, da parte opposta rispetto all'elettrone, e caricato con carica  $-q_L$ .

Si esplicitino le linee di ragionamento seguite, supportandole delle opportune basi teoriche.

La carica dell'elettrone è di  $1.6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ , e la sua massa è  $9.11 \cdot 10^{-31}\text{kg}$ .

$$\epsilon_0 = 8.8 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\epsilon_r = 80 \text{ per l'acqua}$$

### Soluzione

1. Per motivi di simmetria il problema può essere trattato in una sola dimensione. L'elettrone è sottoposto alla forza gravitazionale  $F_g = m_e g$ , e alla forza elettrica  $F_e = q_e E$ ,

dove  $E$  è il campo  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  generato dallo strato. Poiché la forza totale è nulla, esse devono

$$\text{essere uguali in modulo: } \frac{q_e \sigma}{2\epsilon_0} = m_e g \text{ da cui } \sigma = \frac{2\epsilon_0 m_e g}{q_e}.$$

Infine

$$q_L = \sigma S = \frac{2\epsilon_0 m_e g}{q_e} S = \frac{9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 9.8 \cdot 2 \cdot 8.8 \cdot 10^{-12} \cdot 1}{1.6 \cdot 10^{-19}} = \frac{9.11 \cdot 9.8 \cdot 2 \cdot 8.8}{1.6} 10^{-43+19} = 982 \cdot 10^{-24} = 9.82 \cdot 10^{-22} \text{ C}$$

Per quanto riguarda il segno,  $q_L$  deve essere negativa, affinché il campo sia rivolto verso il basso e la forza  $F_e$  verso l'alto, in modo da equilibrare la forza gravitazionale. Si può infine esprimere il dubbio che l'elettrone possa essere considerato una carica di prova, dal momento che risulta avere una carica un milione di volte più intensa di quella che genera il campo...

2. Il campo generato dalla piastra è, a parità di carica, 80 volte più debole, dunque la carica  $q_L$  dovrà essere 80 volte più intensa per mantenere l'elettrone in equilibrio.

$$q_L = q_{L\text{vuoto}} \cdot 80 = 786 \cdot 10^{-22} = 7.86 \cdot 10^{-20} \text{ C}$$

3. Il campo all'esterno del doppio strato è nullo. Pertanto l'elettrone, non più in equilibrio, sarebbe sottoposto alla sola forza gravitazionale e cadrebbe sulla lastra con accelerazione  $g=9.8\text{m/s}^2$ .